القانون الرّياضي لاتجاه الكعبة وتطبيقاته

تأليف: محمد العربي اللبي
قسم الرياضيات
جامعة البحرين
E-mail: labbi@sci.uob.bh

تمّ الفراغ منها بحمد الله بتاريخ 24 ربيع الأوّل 1431ه
الموافق ل 10 مارس 2010 م

ملخّص

بسم الله الرّحمان الرّحيم وبه أستعين،
وبعد فإن تحديد اتجاه الكعبة الشريفة من أي مكان من العالم هو مسألة هندسية غير إقليدية على اعتبار أن الأرض ليست مسطّحة. و لقد برع المسلمون الأوائل في حلّ هذه المسألة بأن شكّلوا مثلثا كرويا وهميا على سطح الكرة الأرضية رؤوسه المكان الذي نريد عنده حساب اتجاه القبلة و مكان الكعبة و مكان القطب الشمالي. ثمّ انطلاقا من احداثيات هذه الرؤوس الثلاثة تمكّنوا من حساب زاوية المثلّث التي عند المكان المراد عنده حساب القبلة، وتلك هي الزاوية التي بمقدارها ينبغي الإنحراف عن اتجاه الشمال من أجل استقبال القبلة.
في هذه الدراسة نشرح المفاهيم السابقة وأخرى متعلّقة بها من الناحية النظرية بلغة رياضيات العصر الحالي وكذلك نطبّق هذه القوانين في الواقع على الأرض وعلى متن الطائرة. وفي آخر الرسالة نناقش التعريفات الممكنة للقبلة من أي مكان في الفضاء وكذا نطرح أسئلة علمية تتعلّق بتعميمات واقعية وأخرى رياضية نظرية لقانون اتجاه الكعبة.

1 أهداف الرسالة:

إنّه مما لا شكّ فيه أنّ الحضارة العلمية العربية الإسلامية ساهمت بشكل كبير في تقدّم العلوم البشرية ولقد امتدّت إلى ما يربوا عن ثمانية قرون زاخرة بالإنتاج العلمي في كل الفنون. ولكن للأسف الشديد كثير من هذه العلوم إمّا ضاع أو تُرجم إلى اللاتينية ثمّ

سُرق بأن نُسب إلى غيرهم. فقلّما تذكر الكتب العلمية الغربية المعاصرة (و حتى العربية منها للأسف) أنّ مثلا أغلب الدوال الستة المثلثية (إن لم تكن كلّها) من اختراع المسلمين وكذلك قوانين الحيب وجيب التمام المستوية منها و الكروية وغيرها كثير. فدالّة الظل مثلا اخترعها المسلمون عندما كانوا يريدون تحديد أوقات صلاة الظهر و العصر والتي هي معرّفة بطول ظلّ الشمس كما هو معلوم (لتدرك ذلك أنصب عصا طولها 1 متر مثلا ولاحظ أنّ طول الظل يساوي بالضبط ظل الزاوية التي تشكلها الشمس مع العصا عند أعلى نقطة على هاته العصا).

من أهداف هذه الدراسة وكذا دراستنا السابقة حول المعادلات الجبرية هو إزالة بعض الغبار على بعض هذه الكنوز العظيمة وتقديمها للقارئ العربي أولا ثمّ للعالم في قالب حديث يبيّن مدى الإسهام الحضاري العلمي الذي بلغه ذلك الجيل الفريد. وفائدة مثل هذه التوضيحات و تأثيرها على تحفيز الهمم واثارة الإهتمام بالعلوم لدى الطلاّب العرب والمسلمين عموما أمر لا جدال فيه.

ألاحظ هنا أنّ أهل التاريخ فقط هم من يكتب في مثل هذه المواضيع وهم مشكورون على ذلك إلاّ أني أعتقد أنّ أهل الإختصاص في الرياضيات والفلك والفيزياء والطب وفي كل العلوم عليهم أيضا أن يبرزوا بعض هذه المساهمات العظيمة بلغة العصر وتقريبها للأجيال القادمة كما فعلنا هنا وبالتالي التمهيد لدمج هذه المساهمات العظيمة لعلماء المسلمين في المناهج الدراسية وتسمية هذه النتائج بأسماء مخترعيها.

لن أكون مبالغا لو قلت أن أغلب محتويات برامج الرياضيات من الابتدائي إلى الثانوي هي إما من انتاج علماء المسلمين أو على الأقل هي مما ساهم المسلمون في تطويره بشكل كبير. فلا يعقل أن نذكر علماء اليونان فيتاغورس، اقليدس، تالاس وغيرهم ولا نذكر الخوارزمي عند حل المعادلات التربيعية والخيام عند التكعيبية والطوسي عند المخروطات و مقاطعها وكذلك عند قوانين الجيب وجيب التمام، وغيرهم من علماء المسلمين عند الدوال المثلثية والأمثلة كثيرة... لا يعقل هذا يا قومنا حتى لو كان هذا الانتاج العظيم من صنع غيرنا لما جاز لنا أن نتجاهله كما قال الله تعالى "ولا تبخسوا الناس أشياءهم".

ومن جهة أخرى هدفنا من الكتابة في مثل هذه الموضوعات هو المساهمة في نشر الثقافة العلمية في المجتمع بشكل عام. ومن جهة أخرى موضوعنا هذا بالذات أعتبره تمهيدا ممتازا لطلبة الرياضيات في المرحلة الجامعية قبل الشروع في أخذ الدروس المقرّرة في الهندسة التفاضلية أو الهندسات الغير اقليدية.

1.1 برنامج لاتيك لتحرير النصوص

أشير هنا إشارة خفيفة إلى البرنامج الذي استخدمته لكتابة هذا النص. وهذا كان أحد أهدافي الغير مباشرة لكي أبرز هذا البرنامج للجميع.
هذا البرنامج يسمّى لاتيك أو لاتيخ Latex وهو برنامج حديث ولكنه اشتهر بسرعة باهرة في المجتمع العلمي الغربي ولا يزال مجهولا وغير مستعمل بالعربية. ربما يرجع ذلك إلى كون هذا البرنامج لم يكن في السّابق يقبل الحروف العربية وخاصّة أنها تكتب من اليمين إلى اليسار. ولكن بحمد الله مع صدور برنامج كزيتك Xetex (نسخة الويندوز أصدرت أول مرة سنة 2008)، فلقد أصبح اليوم استخدام لاتيك ممكنا بالعربية وكدليل على ذلك هذه الرسالة التي بين أيديكم. ولعلّنا ان شاء الله نبين على صفحات جمعية الخوارزمية على الإنترنيت كيفية تحميل هذا البرنامج الرائع و المجاني وكذا كيفية استخدامه.

2 المقدّمة: مدخل إلى الهندسة الكروية

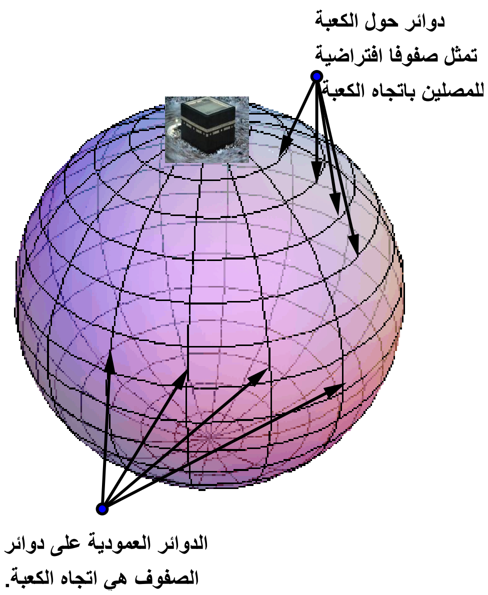
إنّ المسلم مهما كان مكانه على سطح الأرض مطالب أن يستقبل الكعبة المشرّفة على الأقلّ خمس مرّات في اليوم لأداء الصّلاة كما قال الله تعالى في سورة البقرة: <<فولّوا وجوهكم شطر المسجد الحرام وحيثما كنتم فولوا وجوهكم شطره>>...وبما أنّ الكرة الأرضية التي نعيش فوقها (تقريبا) كروية الشكل فإنه قبل الإجابة على أيّ سؤال حول اتجاه الكعبة ينبغي أوّلاً أن نجيب عن الأسئلة الفرعية الطبيعية التالية:
في البداية ماذا نعني باتجاه ونحن نعيش فوق سطح كروي غير مستوٍ؟

في حياتنا اليومية اذا أراد أحدنا أن يتّجه من مكان أ الى وجهة معينة ب فانه يسلك أقصر طريق مستمر يربط بين الموضعين أ و ب. بطبيعة الحال هذا الطريق ليس مستقيما بالمعنى المتعارف عليه في الهندسة الإقليدية و لكنه مستقيما بالنسبة لنا نحن سكان الكرة الأرضية. ولهذا نستطيع أن نسمي أقصر طريق بين الموضعين أ و ب بخط مستقيم كروي على سطح الكرة.
إذا علمنا هذا فإننا لو سألنا هذا الشخص عندما يكون في النقطة أ عن اتجاه المكان ب لمدّ يده في اتجاه الطريق الأقصر المؤدّي إلى ب. وقل مثل هذا لأي شخص على سطح الكرة الأرضية إذا سأل عن اتجاه الكعبة: عليك أن تتجه بوجهك في اتجاه أقصر طريق يربط بينك وبين الكعبة.

1.2 المنحنيات المستقيمة كرويا

ولكن كيف نحدّد أقصر الطرق الى مكة على الكرة الأرضية؟
دعنا نبسّط المسألة و نعتبر سطح الكرة الأرضية كرة مستديرة. يكون طريقنا بين مكانين على سطح الكرة هو الأقصر (مستقيم كرويا) عندما نتجنّب اللّف يمينا و شمالا بمعنى آخر إذا سرنا في نفس اتّجاه المستوي الّذي يمرّ بقدمنا ورأسنا والوجهة التي نقصدها، نقصد بذلك تحديدا المستوي الذي يمرّ بمركز ثقل الشّخص و مركز الكرة الأرضية و نقطة المكان الذي نقصده.
بمعنى رياضي أدقّ فإن أقصر طريق على سطح كرة مركزها م يربط بين نقطتين أ و ب يكون محتويا داخل مستوي عمودي على سطح الكرة وهذا يكافؤ قولنا أن هذا المستوي يمر بمركز الكرة م. فإذا هذا الطريق هو قطعة من دائرة مركزها يتطابق مع مركز الكرة م وهذا ما يسمى بدائرة عظمى لأن قطرها هو أكبر قطر ممكن لدائرة موجودة على سطح كرة.
خلاصة القول أن الخطوط المستقيمة كرويا هي الدوائر العظمى. وكذلك فإنّه بامكاننا أن نربط أي نقطتين على الكرة بواسطة قطعة مستقيمة كرويا (وما هذه الأخيرة إلا الدائرة الحاصلة من تقاطع المستوي الذي يمر بالنقطتين ومركز الكرة).

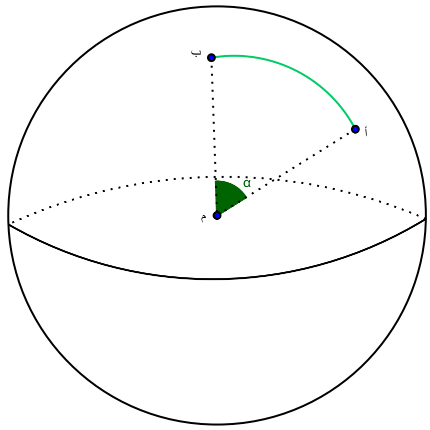
ملاحظة: يمكن رؤية المفاهيم السابقة بالطريقة التالية: نتصور أن صفوق المصلين الدائرية حول الكعبة في مكة المكرمة تكثر و تكثر إلى أن تغطي كل الكرة الأرضية كما في الشكل. ومنه يمكن الإستنتاج بسهولة أن وجهة الكعبة هو المسار العمودي (دوائر عظمى) على كل هذه الدوائر.



تعرّفنا ممّا سلف على الخطوط المستقيمة كرويا ولكن يبقى سؤالان طبيعيان : أوّلا كيف نحسب المسافة بين نقطتين على سطح الكرة ثمّ هل يمكن أن نحسب الزاوية بين خطّين مستقيمين كرويا؟

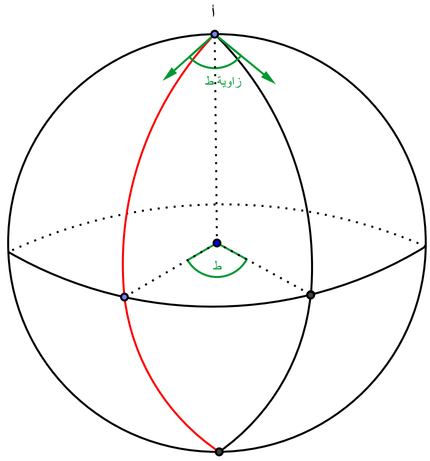
2.2 المسافة الكروية

المسافة الكروية بين نقطتين أ و ب على سطح كرة هي بالتعريف تساوي طول أقصر مسار مستمرّ على سطح الكرة يربط النقطتين. وهذا ممّا سبق يساوي طول القوس الأصغر للدائرة العظمى الذي يربط أ و ب وهو بدوره يساوي حاصل ضرب نصف قطر الكرة مع الزاوية بالراديان التي عند مركز الكرة م والمعرّفة بالنقاط أ و ب و م.



3.2 الزوايا الكروية

ليكن لدينا عند نقطة أ قطعتان مستقيمتان كرويا نعني بذلك قوسا دائرتين عظمتين تتقاطعان عند أ كما في الصّورة. فكيف يمكن أن نعرّف الزاوية بين هذين المستقيمين؟ نتصوّر أنّ شخصا ما يقف عند النقطة أ ونسأله ببساطة عن الزاوية بين مسارين مرسومين تحته فإنّه سيمدّ يده و يشير بها إلى المسار الأوّل ثم يدور حول نفسه ويده ممدودة الى أن يتّجه بيده ووجهه الى المسار الثاني. هذا يعني أنّ التعريف الطبيعي للزاوية الكروية هو كونها الزاوية بين اتجاهي المسارين بمعنى رياضي فهي الزاوية بين شعاعي المماس للدائرتين عند النقطة أ . وهي بدورها تساوي الزاوية المحصورة بين المستويين المعرّفين بهاتين الدائرتين العظمتين.



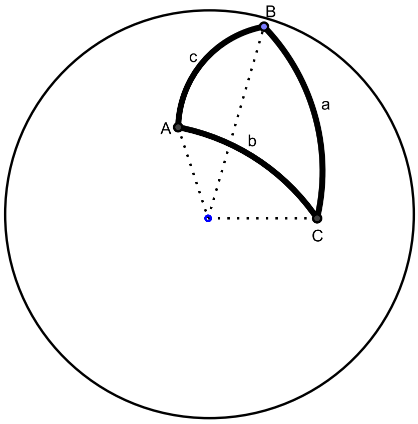
4.2 الهندسة الكروية

بعد أن رأينا أنّه يمكننا بطريقة طبيعية جدا تعريف القطع المستقيمة التي تربط بين نقاط الكرة و كذا المسافة بين هذه النقاط ثم الزوايا بين القطع المستقيمة فإنه بذلك أصبح لدينا أدوات كافية لأنشاء هندسة جديدة على سطح كرة بدلا من المستوي كما هو الحال في الهندسة الإقليدية. فمثلا نعرّف المثلثات الكروية على أنها تقاطع ثلاث خطوط مستقيمة كرويا. تسمّى هذه الهندسة الجديدة بالهندسة الكروية وهي هندسة تختلف عن الهندسة الإقليدية فمثلا جمع زوايا مثلث كروي دوما تفوق 180 درجة بعكس الحال بالنسبة للمثلثات المستوية التي مجموع زواياها دوما يساوي 180 درجة.
يرجع الفضل في اكتشاف هذه الهندسة الغير اقليدية إلى المسلمين الّذين اثبتوا عدّة نظريات جميلة في هذا الإطار والتي سنعرض بعضها في هذا المقال. ومن بين هذه النظريات النظرية الرّائعة التالية التي تحدد اتجاه أي نقطة على سطح الكرة انطلاقا من أي نقطة ثانية ووجهة معلومة:

نظرية 2.1 (قانون القِبْلة:حبش الحاسب –القرن التاسع ميلادي[3, 6]) ليكن ABC مثلثا كرويا على سطح كرة نصف قطرها واحد. نرمز في نفس الوقت بالرموز ,A B, C لندلّ على النقاط رؤوس المثلث الكروي وكذلك على زوايا المثلث الكروية عند هذه النقاط. إذا كانت أطوال أضلاع المثلث الكروي المقابلة للزوايا A, B, C على

التوالي الأعداد a, b, c فإنّ

$$\tan A = \frac{\sin B}{\cot a \sin c - \cos c \cos B}. \quad (1)$$



نشير هنا إلى أن شعار جمعية الخوارزمية الذي اخترناه يعبّر عن فكرة الهندسة الكروية حيث أنه يتضمّن على مثلث كروي و الذي مجموع زواياه دوما تفوق π ولهذا وضع هذا الرمز داخل مثلث كروي:

الخوارزمية
ALKHAWARIZMIYA

1.4.2 من هو حبش الحاسب؟

أنقل هنا من ويكيبيديا، الموسوعة الحرة، ترجمة مختصرة لهذا العالم الجليل:
هو أحمد بن عبدالله المروزي الملقب بحبش الحاسب أو الحكيم حبش عاش في عصر المأمون والمعتصم الخلفاء العباسيون إلا أن الكتب لم تشر إلى سيرة حياته وذكر ابن النديم في الفهرست انه بلغ المائة من العمر ينتسب إلى مدينة مرو في اقليم خراسان بإيران.
قضي عمره في مطالعة معظم علوم عصره إلا أنه تميز في مجالات علوم الفلك وآلات الرصد. يقال أنه أول من وضع جدول للظل وظل التمام.
بعض مؤلفاته:

- مؤلف على مذهب الهند وعمل فيه الزيج على مذهب السندهند وخالف فيه الكثير من العلماء مثل الفرازي والخوارزمي.
- الزيج الممتحن وهو أشهر أعماله وقد كتب البيروني عن هذا الزيج.
- كتاب الابعاد والاجرام.
- كتاب الخائم والمقاييس.
- كتالب العمل في الاسطرلاب.

3 الجداء السلمي والجداء الشعاعي في الفضاء

1.3 الجداء السلمي

ليكن $A, B \in \mathbb{R}^3$ شعاعان في الفظاء. لا يخفى على القارئ كيفية حساب طول الأشعة وقياس الزاوية المحصورة بين شعاعيين. الجداء السلمي والذي نرمز له بنقطة $A.B$ للشعايين A, B هو عدد حقيقي و يأتي كتوحيد لهذين القياسين تحت اطار واحد. ونعني بهذا أننا نحصل على الطول $||.||$ و الزاوية $\theta \in [0, \pi]$ المحصورة بين A و B

انطلاقا من الجداء السلمي كالآتي::

$$||A|| = \sqrt{A.A},$$
$$\cos\theta = \frac{A.B}{||A||||B||}.$$

2.3 الجداء الشعاعي

الجداء الشعاعي لشعاعين $A, B \in \mathbb{R}^3$ غير متوازيين هو شعاع ثالث نرمز له ب $A \times B$ يكون عموديا على المستوي المحمول بهما واتجاهه يختار بحيث يكون المعلم $\{A, B, A \times B\}$ موجبا. أما طوله فهو يعين انطلاقا من أطوال الشعاعين و الزاوية التي بينهما كما يلي

$$||A \times B|| = ||A||||B|| \sin\theta.$$

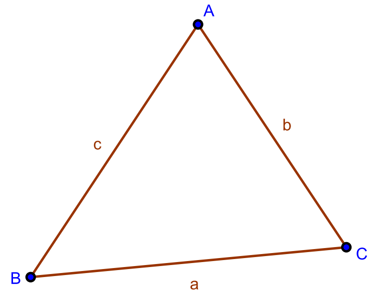
ومن هذه الخاصية الأخيرة نستنتج أنّ مساحة متوازي الأضلاع المحدد بشعاعين $A, B \in \mathbb{R}^3$ تساوي طول جداءهما الشعاعي.

3.3 تطبيق: قانونا الجيب و جيب التمام في المستوي

ولو أن موضوعنا هنا يخص الكرة وليس المستوي إلا أنه لابأس من التذكير بهذين الإكتشافين الهامين لعلماء المسلمين الأقدمين وخاصة أن اثباتهما يكون في غاية البساطة إذا ما استخدمنا الجدائين السالفي الذكر:

نظرية 3.1 (الطوسي و الكاشي: القرن الثالث عشر و الرابع عشر) ليكن ABC مثلثا مستويا كما في الرسم. نرمز ب A, B, C في نفس الوقت إل رؤوسه و كذا إلى الزوايا الداخلية عند هذه الرؤوس، أما a, b, c فإنها ترمز إلى أطوال الأظلاع المقابلة للزوايا A, B, C بالترتيب. فإنه يكون لدينا العلاقات التالية

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}. \tag{2}$$
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A.$$



البرهان باستخدام العلاقة $\vec{BC}=\vec{BA}+\vec{AC}$ نحصل على

$$a^2==||\vec{BC}||^2=\vec{BC}.\vec{BC}=(\vec{AC}-\vec{AB}).(\vec{AC}-\vec{AB})=b^2+c^2-2ac\cos\theta.$$

$$ac\sin B=||\vec{BA}\times\vec{BC}||=||\vec{AB}\times\vec{AC}||=bc\sin A.$$

ومنه نستنتج أن

$$\frac{\sin A}{a}=\frac{\sin B}{b}$$

وبنفس الطريقة يمكن اثبات المعادلة المتبقية.

4.3 قانون القبلة في المستوي

من القانونين السابقين فإنه يمكننا أن نستنتج قانونا على شاكلة قانون القبلة الكروي والمذكور آنفا كالتالي وبرهانه متروك للقارئ

$$\tan A=\frac{a\sin B}{c-a\cos B}. \tag{3}$$

4 قانونا الجيب و جيب التمام الكرويين

قبل أن نثبت قانون اتجاه الكعبة دعنا أوّلا نبرهن على قانونين أساسيين في الهندسة الكروية واللّذان ينتج منهما أغلب قوانين الهندسة المثلثية الكروية. ويرجع الفضل إلى المسلمين في هذه الإكتشافات.

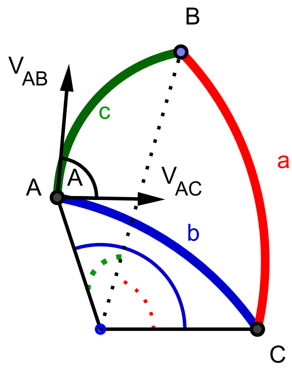
نظرية 4.1 (البوزجاني و البتاني: القرن التاسع والقرن العاشر ميلادي[3]) ليكن ABC مثلثا كرويا على سطح كرة نصف قطرها واحد. نرمز في نفس الوقت بالرموز ,A, B C لندلّ على النقاط رؤوس المثلث الكروي وكذلك على زوايا المثلث الكروية عند هذه النقاط. إذا كان طول أضلاع المثلث الكروي المقابلة للزوايا A, B, C على التوالي الأعداد a, b, c فإنّ

$$\begin{aligned} &\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}. \\ &\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \end{aligned} \tag{4}$$

البرهان. بالإضافة إلى أنّ A,B,C ترمز للنقاط و الزوايا فإننا هنا أيضا نستخدمها للدلالة عن الأشعة التي تنطلق من مركز الدائرة وتنتهي عند هذه النقاط. نحدّد أوّلاً الأشعة عند النقطة A والتي هي في اتجاه C و B كما يلي: ليكن الشعاع V_{AB} (على التوالي V_{AC}) هو شعاع وحدة عمودي على الشعاع A (على التوالي B) وفي اتجاه المستوي المحمول بالأشعة A و B (على التوالي A و C) .
وبالتحديد فإن

$$V_{AB} = \frac{B-(A.B)A}{||B-(A.B)A||}, \quad V_{AC} = \frac{C-(A.C)A}{||C-(A.C)A||}. \tag{5}$$

حيث النقطة ترمز للجداء السلّمي بين الأشعة و الرمز ||.|| يشير إلى طول الشعاع.



يمكن توسيط الدائرة العظمى التي تمرّ بالنقاط A, B (على التوالي A, C) كما يلي

$$\alpha_{AB}(t) = \cos tA + \sin tV_{AB}, \ \ \beta_{AC}(t) = \cos tA + \sin tV_{AC}.$$

حيث أن الوسيط $t \in \mathbb{R}$ يحدّد طول القوس انطلاقا من A. و على وجه الخصوص نحصل على

$$B = \cos cA + \sin cV_{AB}, \ \ C = \cos bA + \sin bV_{AC}. \tag{6}$$

الزاوية الكروية عند A ماهي إلا الزاوية بين الشعاعين V_{AB}, V_{AC} وعليه يكون $\cos A = V_{AB}.V_{AC}$. ومن جهة أخرى فإن طول القوس a مساوٍ للزاوية عند مركز الدائرة بين الشعاعين B و C فنستنتج من المعادلات (6) أنّ:

$$\cos a = B.C = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A. \tag{7}$$

وهكذا نكون قد أكملنا برهان قانون جيب التمام الكروي باستخدام الجداء السلمي. فيما يلي نستخدم الجداء الشعاعي $\times$ لإثبات قانون الجيب الكروي كما يلي:
من المعلوم أنّ حجم متوازي الوجوه المعرّف بالأشعة A,B,C الغير مرتبطة خطيا

يساوي الجداء الممزوج $(A \times B).C$. باستخدام المعادلات (6) نحصل على

$$\begin{aligned}(A \times B).C &= \sin c(A \times V_{AB}).(\cos b + \sin b V_{AC}) \\ &= \sin b \sin c(A \times V_{AB}).V_{AC} \\ &= \sin b \sin c(V_{AB} \times V_{AC}).A \\ &= \sin b \sin c \sin A.\end{aligned}$$

بنفس الطريقة نثبت أنّ

$$(B \times C).A = \sin B \sin b \sin c, \quad (C \times A).B = \sin C \sin a \sin b.$$

و لكن الجداءات الثلاثة الممزوجة السابقة تمثل نفس القيمة: حجم متوازي الوجوه المعرّف بالأشعة A,B,C فهي إذا متساوية. بقسمة الأطراف الثلاثة المتساوية على القيمة $\sin a \sin b \sin c$ نحصل على المعادلة المبتغاة.

5 برهان قانون القبلة

من قانون تمام الجيب الكروي نحصل على

$$\cos A = \frac{\cos a - \cos b \cos c}{\sin b \sin c}.$$

وباستخدام قانون الجيب الكروي نحصل على

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{\sin a \sin B \sin c}{\cos a - \cos b \cos c}.$$

وبما أن قانون تمام الجيب يفرض كون $\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B$ فمنه نستنتج أنّ

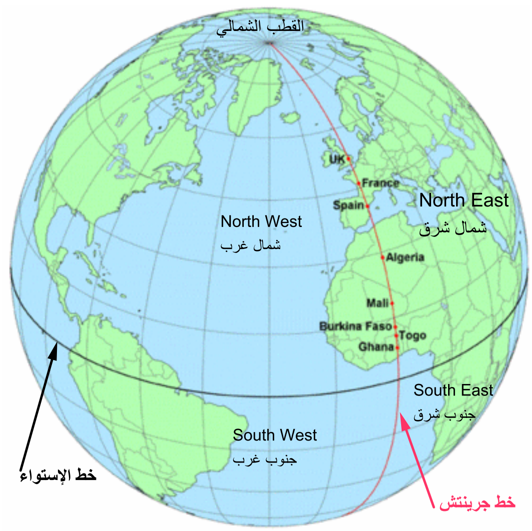
$$\begin{aligned}\tan A &= \frac{\sin a \sin B \sin c}{\cos a - \cos a \cos^2 c - \cos c \sin a \sin c \cos B} \\ &= \frac{\sin a \sin B}{\cos a \sin c - \cos c \sin a \cos B} \\ &= \frac{\sin B}{\cot a \sin c - \cos c \cos B}.\end{aligned}$$

6 تطبيقات القوانين في الواقع

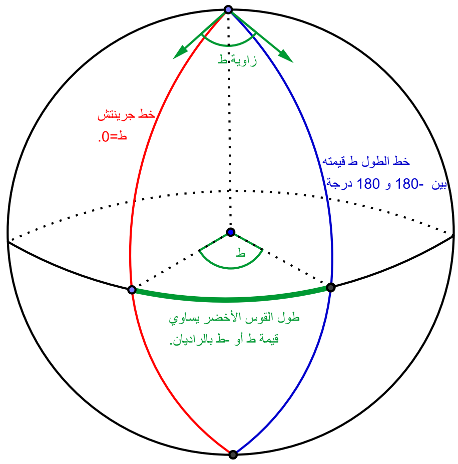
1.6 خطوط الطول و دوائر العرض

خطوط الطول هي دوائر عظمى مفترضة على سطح الكرة الأرضية تربط القطب الشمالي بالقطب الجنوبي. خط الطول الذي يمرّ بالمرصد الفلكي بجرينتش في بريطانيا يسمّى بخط جرينتش وهو يقسم الكرة نصفين جزء اليمين يسمّى الشرق والنصف الآخر يسمّى الغرب.

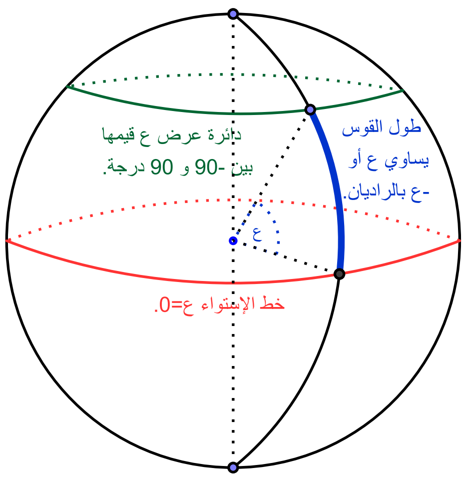
أمّا دوائر العرض فهي دوائر وهمية عمودية على كل خطوط الطول من ظمنها دائرة واحدة عظمى وتسمّى خط الإستواء و هذه الأخيرة بدورها تقسم ألأرض نصفين: الجزء الأعلى يُسمّى الشمال و الأسفل يًسمّى الجنوب.



هذه الخطوط و الدوائر تستخدم لتحديد أي نقطة على الأرض لأن أي نقطة على سطح الأرض هي نقطة تقاطع لخط طول ودائرة عرض. لأجل هذا نحتاج أن نحدد معلما. فمن المتفق عليه أنّ خط جرينتش هو خط الصفر كذلك خط الإستواء. تحدّد خطوط الطول بعد ذلك حسب كونها شرق (موجب) أو غرب (سالب) خط جرينتش بالزاوية الموجودة في الفترة بين -180 و 180 درجة التي تشكلها مع خط جرينيتش كما في الرسم



وكذلك الأمر بالنسبة لدوائر العرض فهي محددة بكونها شمال (موجب) أو جنوب (سالب) خط الإستواء بالزاوية التي عند مركز الكرة بين -90 و 90 درجة والتي تشكلها مع خط الإستواء كما هو موضح في الشكل



فمثلا مدينة الدبيلة التي ولدت فيها موجودة على خط الطول الذي زاويته 6.950029 درجة شرقا و دائرة العرض التي زاويتها 33.516716 درجة شمالا وبطريقة مختصرة نصطلح على أن نكتب هذه الإحداثيات بشكل زوج $(33.516539, 6.950884)$، حيث نكتب على اليمين زاوية خط الطول و على اليسار زاوية العرض.

أما احداثيات جامعة البحرين بمملكة البحرين حيث أعمل فهي $(26.165113, 50.545772)$ واحداثيات الكعبة المشرفة بمكة المكرمة فهي $(21.422293, 39.825726)$.
ننبه هنا أن الطول والعرض يكتب في بعض الأحيان باستخدام وحدات الدقيقة والثانية بالإضافة إلى الدرجة وهذا عوضا عن الفاصلة. فالدرجة الواحدة تساوي ستون دقيقة والدقيقة الواحدة بدورها تساوي ستون ثانية. فمثلا رأينا سابقا أن زاوية خط عرض الكعبة تساوي 21.422293 ، فإذا أردنا استخدام الدقيقة والثانية بدل الفاصلة نكتب

$$21.422293 = 21^\circ + 0.422293 \times 60' = 21^\circ 25' + 0.33578 \times 60" \approx 21^\circ 25' 20".$$

وبما أن الزاوية موجبة فهي شمال خط الإستواء وبالتالي نقول أن زاوية خط عرض الكعبة تساوي $21^\circ 25' 20" N$.
وكذلك الإنتقال من هذا الرمز الثاني إلى رمز الفاصلة سهل ويسير فمثلا لو كانت لدينا زاوية $30^\circ 15' 20" S$ فإنها ستُكتب $-(30 + \frac{15}{60} + \frac{20}{3600})$ درجة، حيث السالب كما أسلفنا يدل على جهة الجنوب بالنسبة لاحداثية خط عرض وعلى الغرب بالنسبة لخط طول.
ملاحظة: نرمز لسطح الكرة التي نصف قطرها يساوي الواحد، والتي هي جزء من الفضاء ثلاثي الأبعاد، في العادة بالرمز S^2. خطوط الطول و دوائر العرض تمكننا من توسيط سطح الكرة بواسطة عددين حقيقيين:
فلو رمزنا لزاوية دائرة العرض لمكان ما ب θ و لزاوية خط الطول ب ϕ فإنه ليس من الصعب تحديد احداثيات هذا المكان على الكرة كما يلي:

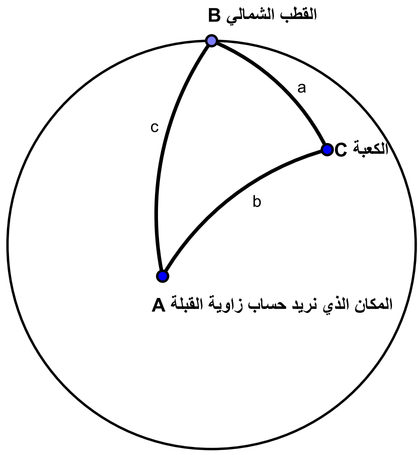
$$\begin{aligned} (-90, 90) \times (-180, 180) &\longrightarrow S^2 \subset \mathbb{R}^3 \\ (\theta, \phi) &\longrightarrow (\cos\theta \cos\phi, \cos\theta \sin\phi, \sin\theta). \end{aligned} \tag{8}$$

وهذا يمكننا من رسم خريطة لسطح الأرض الكروي على ورقة مسطحة. طبعا هذه الخريطة لا تحافظ على المسافات بل في مقرر الهندسة التفاظلية نثبت أنه يستحيل ايجاد خريطة لأي جزء من الكرة على المستوي محافظة على المسافة (حاول مثلا أن تسطح أي جزء من قشرة برتقالة دون أن تمزقها... سترى أن ذلك غير ممكن). بالمقابل توجد خرائط تحافظ على الزوايا وأخرى على المساحات... ولعلنا في ورقة قادمة ان شاء الله نكتب على علم الخرائط فهو في رأيي من جهة تمهيد جيد لدروس الهندسة التفاضلية في المرحلة الجامعية ومن جهة أخرى يساهم في نشر الثقافة العلمية في المجتمع فهناك من الناس من يظنّ أن اتجاه مكّة مثلا من مكان ما على الخريطة يُحدّد بخط مستقيم يربط

بين مكة وذلك المكان وهذا خطأ بشكل عام لأنّ الدوائر العظمى علر الكرة الأرضية معظمها ترسم أيضا بخط دائري غير مستقيم على الخريطة المستوية.

2.6 حساب زاوية القبلة

دعنا نرمز لمكان الكعبة على الكرة الأرضية ب C و مكان القطب الشمالي ب B و نرمز ب A للمكان الذي نريد عنده حساب مقدار زاوية الانحراف عن اتجاه الشمال.
يجدر الإشارة في هذا الموضع إلى أنّ هنالك طرق معروفة لتحديد جهة الشمال عند أي مكان سواء بالبوصلة أو عن طريق النجم القطبي أو باستخدام الظل ... فتحديد اتجاه الشمال أمر يسير.
أصبح لدينا الآن مثلث كروي كما في الشكل



بما أننا الآن نتعامل مع كرة نصف قطرها R لا يساوي الواحد فسنستخدم بداية تقليصا مقداره $\frac{1}{R}$ لكي تصير كرتنا إلى كرة وحدة. هذا التقليص لا يغيّر مقدار الزوايا، وبالمقابل أطوال الأضلاع الثلاثة تتقلص إلى $\frac{a}{R}, \frac{b}{R}, \frac{c}{R}$. وعندها قانون القبلة (1) يعطينا

$$\tan A = \frac{\sin B}{\cot \frac{a}{R} \sin \frac{c}{R} - cos \frac{c}{R} \cos B}. \qquad (9)$$

لاحظ أن الزاوية الكروية عند B تساوي مطلق الفرق بين زاويتي خطي طول مكة و المكان A ، ثم إنّ القيم $\frac{a}{R}, \frac{c}{R}$ تساوي قيمة الزوايا التي عند مركز الكرة وبالتلي فيمكن

ايجاد قيمها بسهولة باستخدام قيمة خطي العرض عند المكانين A و C .

نفترض أنّنا موجودون في مكان A عند خط طول زاويته G و دائرة عرض زاويتها T فإنّ $\frac{c}{R} = 90 - T, \frac{a}{R} = 90 - 21.422293 = 68.577707$ و $.B = |G - 39.825726|$
وبهذا يكون لدينا قانون قبلة عملي كالتالي:

$$\tan A = \frac{\sin(|G - 39.825726|)}{\cot(68.577707)\sin(90 - T) - cos(90 - T)\cos(|G - 39.825726|)}. \quad (10)$$

أخيرا لإيجاد الزاوية A نستخدم الدالة العكسية للظل، هذه الأخيرة تأخذ قيمها في الفترة من -90 إلى 90 درجة ولكن زاويتنا A موجودة في الفترة من 0 إلى 180 درجة وعليه نفصّل كما يلي:
بما أنّ $(-90, 90) \in A - 90$ و $\tan(A - 90) = -\cot A$ فإنّ $A = \tan^{-1}(-\cot A) + 90$ وعليه تكون

$$A = \tan^{-1}\left(\frac{\cos(90 - T)\cos(|G - 39.825726|) - \cot(68.577707)\sin(90 - T)}{\sin(|G - 39.825726|)}\right) + 90. \quad (11)$$

ونحدّد اتجاه الانحراف عن الشمال شرقا أم غربا بحسب قيمة خط الطول G كما يلي:

أ- إذا كانت G تساوي قيمة خط طول الكعبة يعني 39.825726 ففي هذه الحالة الزاوية تكون صفرا (يعني نفس اتجاه الشمال) اذا كانت قيمة دائرة العرض ع أصغر من قيمة عرض مكة الذي هو 21.422293 وإلا فتكون 180 درجة (يعني اتجاه الجنوب).

ب- إذا كانت G تساوي قيمة خط طول الكعبة ناقص 180 يعني $-$ 140.174274 ففي هذه الحالة الزاوية تكون أيظا صفرا (يعني نفس اتجاه الشمال) اذا كانت قيمة دائرة العرض ع أكبر من قيمة عرض مكة ناقص 90 الذي هو $-$68.577707 وإلا يكون الإتجاه عكس الشمال يعني الجنوب.

ت- اذا كانت G في الفترة بين 180$-$39.825726 (يعني $-$ 140.174274) و

39.825726 فالإنحراف ينبغي أن يكون من جهة الشمال نحو جهة الشرق يعني في اتجاه عقارب الساعة.

ث- اذا كانت G في الفترة بين -140.174274 و -180 أو الفترة بين 39.825726 و 180 فإن الدوران يكون من جهة الشمال نحو جهة الغرب يعني في عكس اتجاه عقارب الساعة.

دعنا في النهاية نطبق ما سبق على مدينة الدبيلة و جامعة البحرين. برمجة بسيطة للقانون السابق على برنامج إكسيل Excel مثلا أو حتى على آلة حاسبة تعطينا النتائج التالية

Place	Lat. T	Long. G	B	a	c	Angle A
Debila	33,516539	6,950884	32,874842	68,577707	56,483461	104,1297355
UOB	26,165113	50,545772	10,720046	68,577707	63,834887	113,5632259

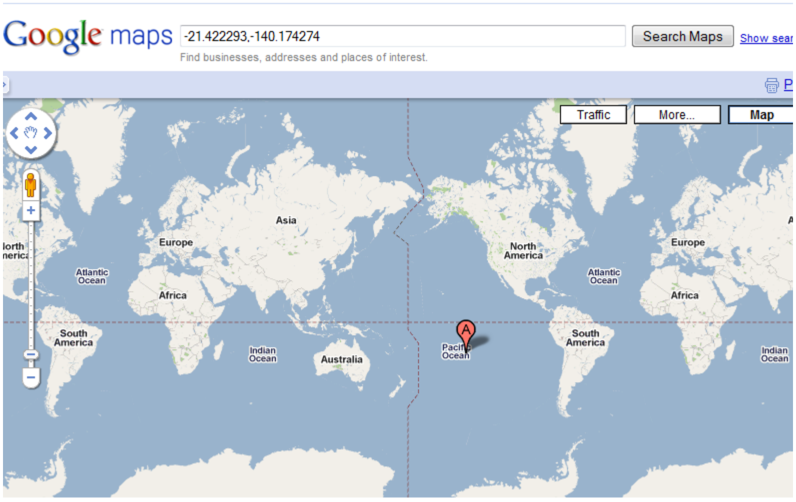
الذي في الدبيلة عليه إذا أن ينحرف عن الشمال بزاوية مقدارها 104,1297355 درجة في اتجاه عقارب الساعة. بينما الذي في جامعة البحرين بمدينة عيسى عليه أن ينحرف بزاوية 113,5632259 درجة ولكن هذه المرة في عكس اتجاه عقارب الساعة.

3.6 القبلة و برنامج خرائط جوجل

برنامج خرائط جوجل Google Maps، البعض يكتبها قوقل و غوغل و كوكل... ليس هناك اتفاق، والمتوفر على الشبكة العنكبوتية مجانا يوفر امكانية تحديد زوايا الطول والعرض لكل الأماكن على سطح الكرة الأرضية وبالعكس اذا أدخلت فيه الطول و العرض يدلك على المكان الجغرافي.
نشير هنا إلى أنّ الخريطة التي يستخدمها هذا البرنامج هي خريطة ميركاتور وهذه لديها خاصية المحافظة على الزوايا.
ملاحظة: لو كان أحدنا في داخل الكعبة المشرفة فإنه يستطيع أن يتجه في أي اتجاه لأداء الصلاة لأنه في كل الحالات يعتبر متجه نحو الكعبة. توجد نقطة ثانية على الأرض نظيرة للكعبة حيث يمكن لأحدنا (على الأقل من الناحية النظرية الرياضية) أن يصلي في أي اتجاه شاء كما لو كان داخل الكعبة هذا المكان يمكن ايجاد احداثياته بسهولة انطلاقا من احداثيات الكعبة وهي تساوي

$$(-21.422293, 39.825726 - 180) = (-21.422293, -140.174274).$$

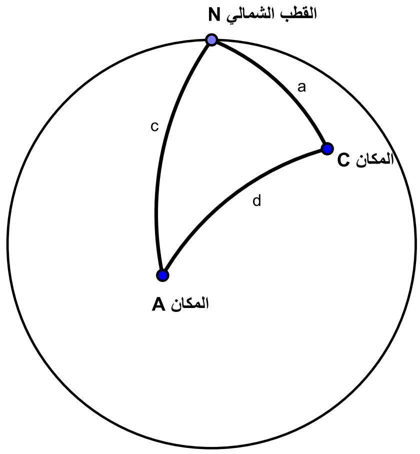
باستخدام برنامج google maps الذي ذكرناه آنفا فإننا نستطيع أن نتعرف على هذا المكان و هو موجود في عمق المحيط الهادي وهو مشار إليه في الخريطة أدناه بإشارة دائرية حمراء داخلها حرف A:



من المزايا الأخرى لهذا البرنامج أنه يمكن ادماجه بسهولة مع برامج أخرى، فمثلا لو برمجت جملة هذه الخوارزميات للقبلة التي كتبناها هنا على برنامج الجافاسكريبت ووصّل البرنامج ببرنامج جوجل للخرائط لتمكن المستخدم من قراءة النتيجة مباشرة على الخريطة. وهكذا فعل أحد الإخوة وبرمج أحد برامج القبلة ووصله بجوجل أنظر .http://www.qiblalocator.com

4.6 حساب المسافات بين الأماكن على سطح الكرة الأرضية

ليكن لدينا مكانين على سطح الكرة الأرضية احداثياتهما عرض–طول نرمز لهما ب $A(\theta_1,\phi_1)$ و $C(\theta_2,\phi_2)$ حيث θ_i ترمز لزاوية خط العرض و ϕ_i ترمز لزاوية خط الطول. نرمز ب d للمسافة الكروية (الجيوديزية) وب N للزاوية المشكلة بخطي طول هذين المكانين عند القطب الشمالي كما في الشكل



قانون جيب التمام الكروي على سطح الكرة التي نصف قطرها R يكتب باستخدام تقليص كما سبق

$$\cos\frac{d}{R} = \cos\frac{a}{R}\cos\frac{c}{R} + \sin\frac{a}{R}\sin\frac{c}{R}\cos N.$$

وبمثل ما سبق فإنّ

$$a = 90 - \theta_2, c = 90 - \theta_1, N = |\phi_2 - \phi_1|.$$

وبالتالي نحصل على

$$\cos\frac{d}{R} = \sin\theta_1 \sin\theta_2 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 \cos(\phi_2 - \phi_1).$$

وعليه تكون المسافة الكروية تساوي

$$d = R\cos^{-1}\big(\sin\theta_1 \sin\theta_2 + \cos\theta_1 \cos\theta_2 \cos(\phi_2 - \phi_1)\big). \qquad (12)$$

كمثال فلنحسب المسافة بين مدينة الدبيلة و الكعبة المشرفة وكذا بين جامعة البحرين ومكة وأخيرا المسافة بين الدبيلة و جامعة البحرين. في هذا الحساب اعتبرنا أن نصف قطر الكرة الأرضية مساوٍ ل 6378,1 كلم.

Latitude 1	Longitude 1	Latitude 2	Longitude 2	Distance(Km)
33,516539	6,950884	21,422293	39,825726	3495,863366
26,165113	50,545772	21,422293	39,825726	1212,178333
26,165113	50,545772	33,516539	6,950884	4256,821678

وكتطبيق ثان نشير هنا إلى أنّه يمكننا الآن استخدام قانون جيب التمام الكروي لنحسب اتجاه القبلة كما يلي. لنعتبر أنّ النقطة C هي الكعبة ثم نحسب القيم a,c,d كما سبق ونطبق القانون لنحصل على زاوية القبلة A انطلاقا من الشمال كما يلي

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{\cos a - \cos c \cos d}{\sin c \sin d}\right). \tag{13}$$

5.6 جداول القبلة: مدخل إلى الأزياج الفلكية عند المسلمين

لقد جسّد المسلمون نتائجهم النظرية حول القبلة بانشاء جداول (أزياج) تشمل كلّ المناطق المسكونة على وجه الأرض تقريبا. ولقد برع المسلمون في هذا الجانب أيضا من الرياضيات التطبيقية حيث تمكنوا من ايجاد تقريبات ممتازة لزاوية اتجاه الكعبة. والحمد لله فإن مجموعة لا بأس بها من هذه الجداول الفلكية المتنوعة لا تزال محفوظة لتبقى كشاهد حيّ على نسبة الهندسة الكروية للمسلمين بدون جدال. ومن هذه الجداول التي اشتهرت في عصرنا جداول الخليلي (القرن الرابع عشر ميلادي) والتي تحوي لوحدها زوايا القبلة انطلاقا من 5760 مكانا مختلفا و منتشرا على وجه الأرض.
لقد تولى كل من David King و Denis Roegel وكذلك Van Brummelen, [5, 7, 2] شرح جداول الخليلي شرحا وافيا وكتبوها بلغة العصر وتوصّلوا إلى أنها غاية في الدقّة وقالوا أن الخطأ فيها في الغالب دقيقة واحدة و نادرا دقيقتين (يعني أن الخطأ غالبا في حدود 0.01 درجة و نادرا 0.02) ، وهذا مثال إضافي على قوة وتطور الرياضيات عند علماء المسلمين في ذلك العصر.
وننبه القارئ هنا إلى أن المسلمين في السابق كانوا يعتبرون خط الطول الذي يمرّ تقريبا اليوم بجزر الكناري هو خط الصفر وليس خط جرينتش كما هو معتمد في أيامنا. فإذا أردت استخدام جدول الخليلي فعليك أولا حذف 27 من خط طول الخليلي لكي

تحصل على زاوية خط الطول بالنسبة لخط جرينتش أما خط العرض فلا تغيير فيه. مثلا احداثيات طول–عرض مكة عند الخليلي تساوي ($21°30'N, 67°$) فبتحويلها إلى الدرجات كما شرحنا من قبل و طرح 27 نحصل على الإحداثيات 40) (21.5,. ولاحظ قربها من الإحداثيات التي أخذناها من برنامج خرائط جوجل ألا وهي (21.422293, 39.825726). إنها فعلا دقة عجيبة بالنسبة لذاك الزمان.
وحتى أتأكد بنفسي أكثر من دقة جداول الخليلي، أخترت بطريقة عشوائية أربع أماكن وحسبت زاوية القبلة ببرنامج الإكسل كما شرحنا سابقا وقارنت النتائج مع انتائج جدول الخليلي فكانت النتائج كالتالي

نتيجة الخليلي	النتيجة	الطول	العرض
67,68333333	67,75769887	10	12
91.65	91,93522596	16	24
90,3666666	90,55165203	12–	33
102,65	102,5382207	100	56

طبعا هناك عوامل كثيرة من المفروض أن تأثر بشكل واضح في النتيجة منها تحديد خطي عرض و طول مكة ثم التقريب الذي نستعمله للدوال المثلثية، ولكن بالرغم من كل هذا فالنتائج قريبة جدا من القيم الحقيقية. ومن أراد أن يفعل كما فعلت ويتأكد بنفسه فليراجع هذه الجداول مثلا في المقال الحديث (2008) لكاتبه Denis Roegel (بحث طويل بسبب الجداول طوله 781 صفحة) حيث شرح في مقاله هذا كيفية قراءة هذه الجداول بالإضافة إلى ذلك أكمل الجداول على طريقة الخليلي لتشمل كل أنحاء الأرض. يمكن قراءة أو تحميل مقاله من الموقع http://hal.inria.fr/docs/00/33/60/90/PDF/khalili-ext.pdf

6.6 قانون آخر عملي للقبلة

لحدّ الآن كنا نعتمد على تحديد اتجاه الشمال أوّلا لكي نحدّد القبلة بعد ذلك. ولكن ماذا لو لم نتمكن من تحديد الشمال لأي سبب ما.. ثم حتى البوصلة فإنها تدلّ على اتجاه الشمال المغناطيسي وليس الشمال الحقيقي ومن المعلوم أنهما يختلفان عن بعض ببعض الدرجات... وكذلك هذا الإختلاف يتغير بتغير الزمن... فلما لا نعتبر بدل الإعتماد على اتجاه الشمال أي اتجاه ثان قريب .... كمدينة قريبة، أو معلم مشاهد معروف (فندق،

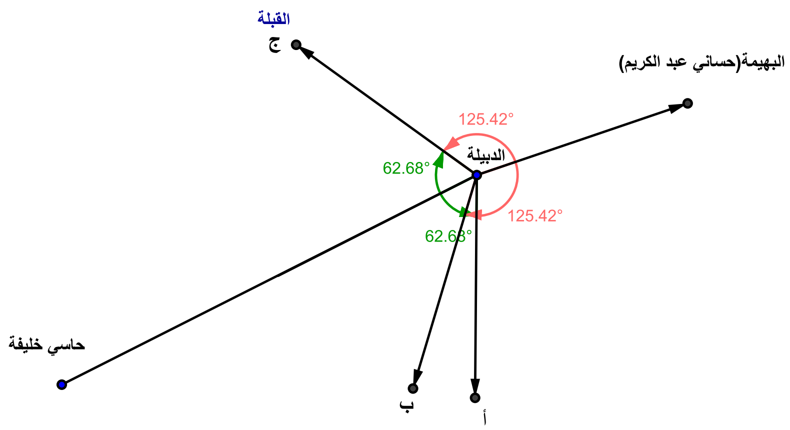
برج، مستشفى، مطار...) أي شيء المهم فقط أن هذا الشيء تكون أنت تعرف خط طوله وعرضه... وهذا متيسر في هذه الأيام عن طريق الإنترنيت كما أشرنا سابقا أو برنامج نظام التموضع العالمي (GPS (Global Positioning System أو غيرهم وغيرهم كثير.
إذا من جديد نعتبر أنفسناموجودين في مكان A ونريد أن نحدد زاوية القبلة انطلاقا من وجهة B (أعني بذلك نقطة على سطح الأرض). نرمز لمكان الكعبة ب C وبما أننا نعلم احداثيات النقاط الثلاثة وكذلك نعلم كيف نحسب المسافات الجيوديزية بين هذه النقاط فإنه من السهل حساب زاوية الإنحراف عن الإتجاه B من أجل التوجه نحو الكعبة .C فقانون تمام الجيب الكروي يعطينا هذه الزاوية كما يلي

$$A = \cos^{-1}\left(\frac{\cos a - \cos c \cos b}{\sin c \sin b}\right). \qquad (14)$$

حيث a,b,c هي على التوالي المسافات الجيوديزية .BC,AC, AB
إلاّ أنه يبقى أن نحدد اتجاه الإنحراف في اتجاه عقارب الساعة أم العكس. طبعا يمكن أن نفعل مثل ما فعلنا من قبل بأن نناقش كل الحالات حسب موقع خطوط العرض و الطول لهذه النقاط الثلاث ولكن يبدوا أن عدد الحالات في هذه المرّة كثير. بيد أن هناك طريقة أسهل للتعرّف على اتجاه الدوران بأن نأخذ نقطة أخرى كمعلم ثان. سأشرح هذا من خلال المثال الآتي:
نفترض أننا نريد زاوية اتجاه القبلة عند مدينة الدبيلة انطلاقا من اتجاه مدينتي حساني عبد الكريم (البهيمة) ومدينة حاسي خليفة. أولا نتعرّف على احداثيات هذه المدن الثلاثة باستخدام برنامج خرائط جوجل الآنف الذكر فنحصل بالتوالي على:

المدينة	خط الطول	خط العرض
الدبيلة	6,952744	33,518843
حساني عبد الكريم (البهيمة)	6,901703	33,482541
حاسي خليفة	7,030792	33,59243

وبعد اجراء العمليات الحسابية كما شرحنا سابقا نجد أنه ينبغي للمصلي في الدبيلة أن ينحرف بزاوية مقدارها 125,4175231 درجة عن اتجاه البهيمة وبزاوية مقدارها 62,68414157 درجة عن اتجاه حاسي خليفة، أنظر إلى الشكل



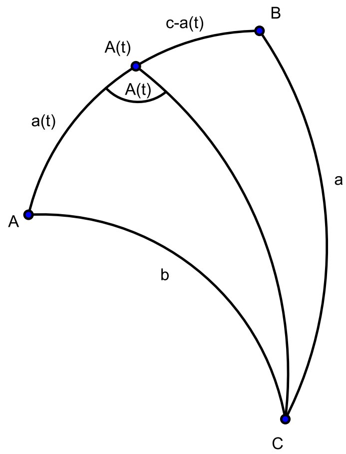
ومنه نرى بسهولة على أن الإنحراف عن حاسي خليفة ينبغي أن يكون في اتجاه عقارب الساعة أما عن اتجاه حساني عبد الكريم ففي عكس اتجاه عقارب الساعة.
أعتقد أنه لو برمج هذا على جهاز الكمبيوتر أو الهاتف النقال لكان مفيد جدا للمسلمين خاصّة لو وُصّل هذا البرنامج مع برنامج خرائط جوجل أو نظام التموضع العالمي فإنه سيسهل مهمة المصلين في كل أنحاء العالم حيث تكون القبلة مجهولة (داخل المطارات، في الفنادق وغيرها...).

7 اتجاه الكعبة من على متن الطائرات و السفن

1.7 اتجاه الكعبة من على متن الطائرة

نفترض في هذا الفصل أن شخصا ما ينتقل على متن طائرة تنقله من مطار A إلى مطار ثان B.
أولا ينبغي أن نجيب على السؤال التالي:
بما أنّ الطائرة تتنقل في الفضاء وليس على سطح الأرض فهل يؤثر دوران الأرض على سرعة الطائرة؟. وخاصّة وأنّ سرعة دوران الكرة الأرضية كبير. فمثلا سرعة نقطة ثابتة على خط الإستواء تساوي تقريبا 1600 كلم في الساعة الواحدة (يمكن القارئ

الكريم أن يتأكد من ذلك بنفسه لأنه يعلم نصف قطر الأرض وأنها تدور دورة كاملة كل 24 ساعة).
فالسؤال هو هل إذا ما طارت الطائرة في اتجاه دوران الأرض أو في عكسه فإن ذلك يجعلها تصل بسرعة أو العكس؟
والجواب أن ذلك لا يؤثر في سرعة الطائرة لأن الطائرة عندما تطير تظلّ داخل الغلاف الجوي للأرض (والذي ارتفاعه تقريبا 100 كلم والطائرة لا ترتفع أكثر من 20 كلم) ومن المعلوم أن الغلاف الجوي يدور مع الأرض بنفس سرعتها شأنه شأن الماء الذي على سطح الأرض. بالمقابل الرياح تؤثر بطبيعة الحال في سرعة الطائرة ولكن هذا لا يعنينا هنا كثيرا لأننا سنعتمد سرعة الطائرة الأرضية بدل سرعتها الهوائية.
نفترض أن الطائرة تسلك أقصر طريق والذي هو قطعة من دائرة عظمى مركزها عند مركز الأرض و نصف قطرها يساوي نصف قطر الأرض زائد ارتفاع الطائرة، و كذلك نعتبر أن السرعة الأرضية للطائرة ثابتة مساوية لقيمة v وذلك بأن نأخذ السرعة الأرضية المتوسطة للطائرة. فيما يلي سنحسب الزاوية (والتي هي هنا دالة للزمن) التي بمقدارها ينبغي أن ينحرف الراكب عن اتجاه مؤخرة الناقلة (وليس اتجاه الشمال فلا يحتاج أن يعرف أين هو اتجاه الشمال) حتى يكون متوجها للكعبة:
لتكن النقطة C ترمز لمكان الكعبة فيصبح لدينا مثلثا كرويا على سطح الكرة الأرضية كما سبق في الفصول الماضية. أولا نحسب أطوال الأضلاع الثلاثة a,b,cباستخدام قانون حساب المسافات بين المدن الذي سبق شرحه، ثم نحسب قيمة زاوية المثلث عند نقطة الإنطلاق A . بعد انقضاء زمن مقداره t منذ انطلاق الرحلة، تكون الطائرة قد قطعت مسافة مقدارها $a(t) = vt$ وبالتالي تكون موجودة فوق مكان جديد على الأرض و لنسميه $A(t)$.



وفي الأخير نطبق نظرية حبش الحاسب على المثلث الكروي $AA(t)C$ لنحصل على الزاوية $A(t)$ و التي ينبغي للراكب أن ينحرف بمقدارها عن اتجاه مؤخرة الطائرة لكي يكون مستقبلا القبلة :

$$\tan A(t) = \frac{\sin A}{\cot \frac{b}{R} \sin \frac{vt}{R} - \cos \frac{vt}{R} \cos A}. \qquad (15)$$

حيث R ترمز إلى نصف قطر الكرة الأرضية و t مثل ما أسلفنا ترمز إلى الزمن الذي انقضى من وقت الرحلة.
ومنه نحصل على الزاوية المرغوبة بنفس الطريقة التي سلكناها من قبل. نشير هنا إلى أنه من السهل حساب سرعة الطائرة الأرضية v اذا ما علمنا الوقت الذي من المفترض أن تستغرقه الرحلة.
و حتى نضرب مثلا تطبيقيا على هذا فلنعتبر على سبيل المثال الرحلة من مطار البحرين الدولي إلى مطار شارل ديغول في باريس. نسمي مطار البحرينA و مطار باريس B و كما اعتدنا نرمز للكعبة بالرمز C.
في البداية نستخدم مثلا برنامج قوقل لتعيين احداثيات النقاط الثلاث فنجد أن

$$A(26.2700, 50.6340), B(49.008, 2.570), C(21.422293, 39.825726).$$

ثم نحسب المسافات الكروية بين هذه الأماكن الثلاثة كما شرحنا في فصل سابق فنجد أن

المسار	الرمز	المسافة الكروية (كلم)
مكة–باريس	a	4495,555973
مكة–البحرين	b	1224,94064
البحرين–باريس	c	4825,67012

نستخدم قانون جيب التمام الكروي لحساب الزاوية الكروية A فنجد $A = 68,55288196$ درجة.
ثم نقرأ من تذكرة السفر التي نشتريها قبل الرحلة (أو من غيرها) الزمن المتوقع أن تستغرقه رحلتنا من البحرين إلى باريس فنجد أنه 7 ساعات و 15 دقيقة أي 7.25 ساعة ومنه نستنتج أن السرعة الأرضية المتوسطة لرحلتنا تساوي $v = \frac{c}{t} = \frac{4825{,}67012}{7{,}25} = 665,609672$ كلم في الساعة.
لقد أصبح كل شيء الآن جاهزا لحساب الزاوية المرغوبة $A(t)$، ببرمجة القانون)(15 على الإكسيل مثلا نحصل على زاوية القبلة بإدخال الزمن t الذي انقضى منذ انطلاق الرحلة، وعلى سبيل المثال و وجدنا أنه:

الزمن بالساعات منذ انطلاقة الرحلة	الزاوية
1	109,50465
2	107,51440
3	105,47956
4	103,4039038
5	78,708203
6	80,85185

نذكر أن الزوايا الموجودة في الجدول أعلاه هي الزوايا التي بمقدارها ينبغي على راكب الطائرة أن ينحرف عن اتجاه مؤخرة الطائرة إلى اليمين.

2.7 اتجاه الكعبة من على متن السفينة

اذا كانت السفينة تسلك مسار دائرة عظمى فنعين زاوية القبلة بنفس الطريقة التي استخدمناها للطائرة. إلا أن حرية تنقل السفينة بسبب وجود اليابسة أقل بكثير من الحرية المتوفرة للطائرة وكذلك توجد صعوبة أخرى تطبيقية وهو أنه على قبطان السفينة أن يغير اتجاه السفينة باستمرار إذا ما أراد أن يسلك مسار دائرة عظمى. ولهذا يفضل

الملاحون المسارات التي تسمى بلكسدروم وهي طرق حلزونية تشكل زاوية ثابتة مع خطوط الطول وترسم خطوطا مستقيمة على خرائط الميركاتور. وهذه المسارات وإن كانت أطول إلا أنها عملية أكثر.

8 ملاحظات ختامية و أسئلة مفتوحة :

1.8 القبلة على سطوح غير كروية:

الكرة الأرضية ليست كروية (مستديرة) تماما كما يعلم الجميع و إنما نقربها بالكرة لتسهيل الحسابات وهذا التقريب لا يؤثر بشكل كبير على اتجاه القبلة. هناك تقريب أفضل من الكرة ألا وهو القطع الناقص المسطّح. السؤال الطبيعي هو ما هو نظير قانون القبلة في هذه الحال؟ وكذلك بشكل أعم كيف يكتب قانون القبلة على أي سطح موسّط بواسطة وسيطين (θ, ϕ) و يحمل مترية ريمان (وتلك هي أداة تمكننا من حساب ألأطوال و الزوايا على هذا السطح).
يمكن الإجابة على هذا السؤال بدون عناء في حالة ما إذا كان انحناء جاوس لهذا السطح ثابت ومساوٍ لقيمة ثابتة k سواء كانت موجبة مثل الكرة أو سالبة كما في حالة الهندسة الزائدية والنّتيجة تكون كالتالي:

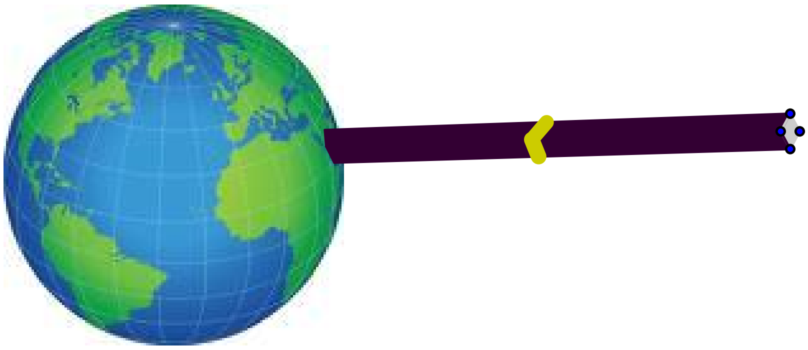
$$\tan A = \frac{\sin B}{\cot \sqrt{k}a \sin \sqrt{k}c - \cos \sqrt{k}c \cos B}. \qquad (16)$$

إذا كانت القيمة k موجبة فهذا هو قانون حبش الحاسب، و إذا كانت k تؤول إلى الصفر فهذا القانون يتطابق مع قانون القبلة في المستوي الذي تعرضنا له من قبل في هذه الورقات. أما إذا كانت k سالبة (في هذه الحالة جذرها يكون عددا مركبا وتتحوّل الدوال المثلثية إلى دوال مثلية زائدية كما هو معلوم) فهذا القانون لم نثبته هنا لأننا نحتاج في برهانه أدوات من الهندسة الزائدية ليس هذا مجال ذكرها. ولعلنا بتوفيق الله نكتب في موضوع هذه الهندسة المهمة في المستقبل.
هنالك حالات أخرى يمكن لطالب الهندسة التفاضلية اللبيب أن يكتب فيها قانونا للقبلة ومنها حالة السطوح الدورانية، أعني السطوح التي نحصل عليها بعد دوران منحنى موجود داخل مستوي حول محور عمودي على هذا المستوي بالشروط المعروفة في مقرر الهندسة التفاضلية. ففي هذه الحالة لدينا علاقة كليرو التي تحدد المسارات

الجيوديزية والتي يمكن استخدامها للتوصل لصياغة قانون قبلة.

2.8 القبلة في الفضاء:

يمكن أن نذهب أبعد ونسأل كيف سيكون قانون القبلة في الفضاء إذا افترضنا أن فضاءنا الثلاثي الأبعاد إقليدي مسطّح (بدون إنحناء) أو افترضنا أنّه مقوّس كما تتوقّعه نظرية النسبية العامّة أو نظريات الأوتار الحديثة. لا شكّ أن الأمر أكثر تعقيدا في هاته الحالات وخاصّة أن القبلة ستكون عندها دالة لأربع متغيرات من ضمنها الزمن. فلو أردنا مثلا أن نبني مسجدا على سطح القمر فينبغي أن يكون متحرّكا لأن القبلة ستتغير بتغير الزمن وذللك بسبب دوران الأرض و القمر.
فأحد الأسئلة العامّة جدّا والتي يمكن أت تطرح السؤال التالي:
قانون عام للقبلة: إذا كان لدينا فضاء ريماني أو شبه ريماني وفيه مثلث جيوديزي رؤوسه و زواياه A,B,C و أطوال الأضلاع المقابلة للزوايا السابقة هي على التوالي a,b,c، عيّن الزاوية A بدلالة الزاوية B والأعداد a, c.
من جهة أخرى وحتى لا نذهب بعيدا عن الواقع ينبغي أن نحدّد بدقّة أكثر معنى اتجاه القبلة إذا ما كنا في الفضاء. بطبيعة الحال و بدون أي شك فإن ذلك لا يعني التوجه إلى عين مكعب الكعبة وإلا لكان على من يصلي في أحد الأبراج العالية في مكة أن يصلي مستلقيا على بطنه حتى يواجه الكعبة وكذا الحال لمن كان في الطائرة أو فوق الكعبة. لا فالأمر ليس كذلك، فلقد تناول العلماء القدامى هذا النوع من المسائل وناقشوه واعتبروا أنّ اتجاه القبلة عند مكان معين في الفضاء هو اتجاه قطعة الخط المستقيمة التي هي عمودية على الأرض والتي تنطلق من الكعبة وترتفع في السماء، أنضر إلى الشكل:



وهذه بعض النقول عن الفقهاء القدامى في هذا الموضوع:
جاء في حاشية العلامة الشِّلْبي على تبيين الحقائق من كتب الحنفية – عند قول المتن: "وللمكي فرضه إصابة عينها"–: "(قوله : إصابة عينها ... إلخ) أي إصابة عين الكعبة بأنه لو أُخْرِج خطٌ مستقيمٌ منه وقع على الكعبة أو هوائها إذ القبلة هي العرصة إلى عنان السماء حتى لو رفع البناء وصلى إلى هوائه جاز بالإجماع, وكذا لو صلى على أبي قبيس جاز وهو أعلى من البناء" .
وقال الشيخ عليش في شرح المختصر: " فإن قيل صحة صلاة مَنْ على أبي قبيس ونحوه من الجبال المحيطة بمكة المشرفة مشكلة لارتفاعها عن البيت ومن بمكة ونحوها وشرط صحة صلاته استقبال عين الكعبة . قلت : صحتها بناء على الاكتفاء باستقبال هوائها وهو متصل منها إلى السماء . وأيضًا استقبالها مع الارتفاع عنها ممكن كإمكانه ممن على الأرض "
وقال النووي في شرح المهذب: "قال أصحابنا: لو وقف على أبي قبيس أو غيره من المواضع العالية على الكعبة بقربها صحت صلاته بلا خلاف ; لأنه يعد مستقبلا" .
وفي المنتهى وشرحه للبهوتي: "(ولا يضر علو) عن الكعبة, كالمصلي على جبل أبي قبيس (و) لا يضر (نزول) عنها, كمن في حفرة في الأرض, فنزل بها عن مسامتتها, لأن الجدار لا أثر له, والمقصود البقعة وهواؤها" .
وهذا المفهوم مثلا طبقه المسلمون الأوائل لتعيين اتجاه القبلة انطلاقا من اتجاه الشمس (والذي يسمى سمت الشمس و بالإنكليزية Solar Azimuth. نشير هنا إلى أن هذه التسمية بالانكليزية وحتى في اللغات الأخرى مشتقة من التسمية العربية السمت -As simt.)

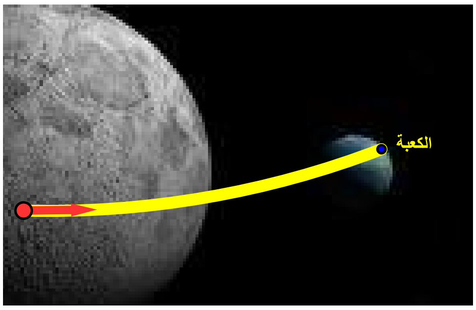
فمن المعروف عند الفلكيين أن الشمس تكون موجودة فوق الكعبة وبالتالي تكون الكعبة بدون ظل في ذلك الوقت (يعني ذلك أنها تكون على القطعة المستقيمة التي تنطلق من مركز الأرض و تمر بالكعبة) مرتين في السنة بتاريخ 28 نوفمبر على الساعة 21:09 بالتوقيت العالمي و 16 جانفي على الساعة 21:29 بالتوقيت العالمي. وعند هذان الوقتان اتجاه القبلة يتطابق اتجاه الشمس وذلك يعني أن اتجاه القبلة في ذلك الوقت يكون عكس اتجاه الظل.

وهذا وإنه ينبغي أن نشير إلى أن القبلة خارج الأرض تتعلق بالزمن فهي تتغير بتغير الزمن وعلى المصلي أن يدور أثناء صلاته ليبقى متوجها للقبلة. وهذا أيضا كان تكلم فيه الفقهاء القدامى كثيرا عندما تطرّقوا إلى موضوع الصلاة في السفينة. فعلى متن السفينة أيضا القبلة تابعة للزمن وقد أكّد الفقهاء على أنه على المصلي أن يدور مع الكعبة حيث دارت، أكتفي بهذا النقل عن الإمام مالك حول هذا الموضوع ومن أراد الإستزادة فليراجع كتب الفقه:

جاء في المدونة في شأن الصلاة في السفينة" قال مالك: ويدورون إلى القبلة كلما دارت السفينة عن القبلة إن قدروا قلت لابن القاسم: فإن لم يقدروا أن يدوروا مع السفينة قال: تجزئهم صلاتهم عند مالك. "

تبقى هناك مشكلة أن التعريف السابق لا يغطي كل أماكن الفضاء فمثلا الشخص الذي يكون على القمر بحيث تكون القمر حاجزا بينه وبين الكعبة فلا هو يرى الكعبة ولا يرى امتدادها في الفضاء. ولهذا ينبغي أن نُعمّم تعريف القبلة ...

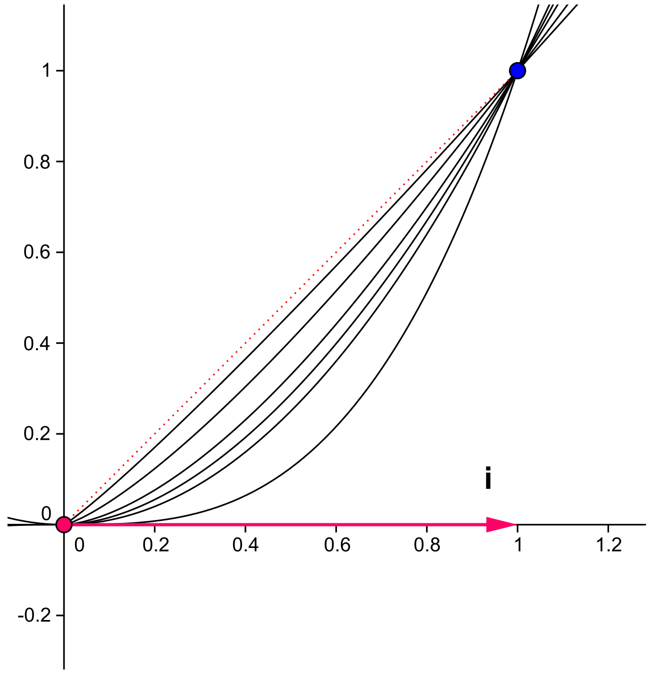
دعنا أوّلا نحدد المسألة بدقة ثم نبحث لها عن تعريف دقيق و من بعد ذلك حلا: المسألة هي أن لدينا رجلا في مكان ما يريد أن يصلي فوق سجاد أو غيره فما معنى اتجاه القبلة بالنسبة له وكيف يجدها؟



أعيد صياغة السؤال الماضي بلغة الرياضيات:
رجل يقف عموديا على مستوي، من ضمن كل المتجهات الموازية لهذا المستوي (السجادة) ما هو المتجه الذي يشير للكعبة. سأطرح أسفله اقتراحان للتعريف:

1.2.8 القبلة بطريقة أقصر المسارات: حلّ غير اقليدي

مثل ما عرفنا اتجاه القبلة على الأرض بأخذ اتجاه أقصر مسار يربط بين المكان والكعبة فلنفعل نفس الشيء هنا إلا أننا لا ينبغي أن نأخذ كل المسارات التي تنطلق من المكان الذي نحن فيه ولكن فقط المسارات التي تكون في البداية موازية للمكان الذي سنسجد عليه (السجادة). وهذا التقييد طبيعي جدا لأنك عندما تصلي ينبغي أن تكون واقفا واحتمالات اتجاهاتك هي نفسها الإتجاهات الموازية للمستوي الذي تحت قدميك. فلا ينبغي مثلا أن تصلي متجها لأعلى مستلقيا على ظهرك أو للأسفل مستلقيا على بطنك!
وبناء على ما سبق فيمكن تعريف اتجاه الكعبة من أي مكان كما يلي:
ليكن لدينا مكان ما A في الفضاء ومستو ذو بعدين P فإن اتجاه اتجاه الكعبة من المكان A هو اتجاه أقصر مسار مستمر يربط بين A والكعبة وبحيث يكون المسار عند انطلاقته عند A موازيا للمستوي A (السجادة).
إنه ليس من الصعب البتة أن نرى أن هذا التعريف يتطابق مع تعريف القبلة عندما نكون فوق الأرض أو على الطائرة.
تهذا تعريف طبيعي جدا ولكن يبقى علينا أن نتأكد هل المسار الأقصر دوما موجود؟
الجواب نعم ولا... لأن المسار الأقصر يتعلق بالطريقة التي سنحسب بها طول المسارات في الفضاء. فالطول الإقليدي مثلا لن يضمن وجود أقصر مسار في أغلب الأحوال. وعليه ينبغي التفكير في استعمال أدوات لقياس الطول غير اقليدية.
حتى نبسط هذه المفاهيم نشرح نظير هذه المسألة في فضاء ذي بعدين، انظر الشكل التالي



نفترض أننا من المكان A(0,0) ونريد أن نحدد أقصر مسار يربط بين هذا المكان والمكان C(1,1) بحيث يكون هذا المسار مماسا لمحور السينات عند A (شعاعه المماس يكون موازيا لمحور السينات عند البداية).

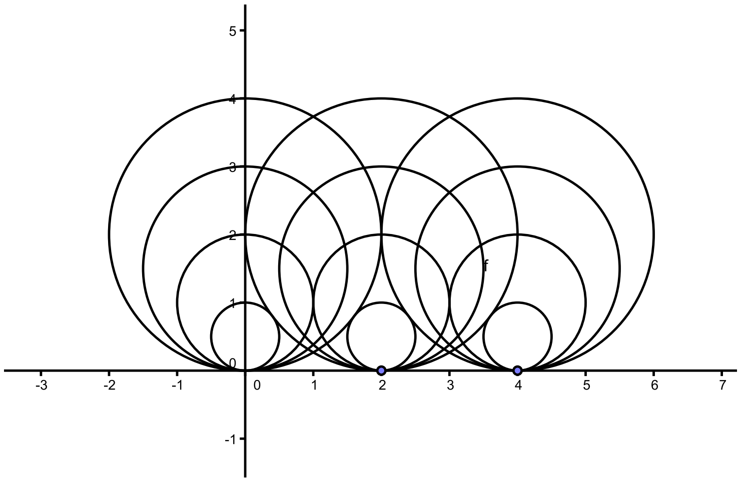
في الشكل السابق رسمنا مسار المنحنيات $f_a(t) = (t, t^a)$ حيث $t \in [0,1]$، للقيم $a = 3, 2, 1.8, 1.6, 1.3, 1.1$. كل هذه المنحنيات مماسة لمحور السينات عند A وأطوالها الإقليدية تقترب من طول القطعة المستقيمة التي تربط بين المكانين عندما تؤول a إلى الواحد من اليمين. وهذا يبين أنه لا وجود لأقصر مسار بين النقطتين إذا ما أخذنا الطول الإقليدي.

بيد أنه لا شيئ يثبت أن كوننا اقليديا بل العكس فنظرية النسبية العامة تقول أن الجاذبية هي انحناء لكوننا داخل فضاء رباعي الأبعاد.

فالسؤال المطروح اذا أي طول آخر اذا نختار بحيث نحصل على أقصر طول؟

دعني أبسط السؤال وأسأل بدله السؤال التالي:

ما هي المترية التي ينبغي أن نختارها بحيث تكون الدوائر المماسة لمحور السينات مع محور السينات نفسه هي المسارات الأقصر طولا؟



بمعنى آخر فإني اخترت مسبقا نوع المنحنيات المرشحة لتكون هي الأقصر طولا (الجيودزيات) وهي الدوائر المماسة لمحور السينات ومحور السينات نفسه، ثم نبحث على المترية المناسبة التي تجعل هذا النوع من المنحنيات الأقصر طولا، هذا يشبه إلى حد كبير ما حدث تاريخيا مع الهندسة الزائدية (الهيبربولية). الفرق الجوهري بين الإثنين هو أنه في الهندسة التي نبحث عنها طول القطع المستقيمة على محور السينات يكون اقليديا بعكس الهندسة الهيبربولية التي تعتبرها كلها ما لا نهائية أو غير معرفة. كذلك هنا الخطوط الحيوديزية مماسة لمحور السينات ولكنها هناك عمودية عليها.
أترك للقارئ اثبات أن كل نقطتين من نصف المستوي العلوي يمكن ربطهما بواسطة دائرة مماسة لمحور السينات (مساعدة: استخدم تحويلة موبيوس). باستخدام تحويلة موبيوس يمكن أن نحول محور السينات إل دائرة الوحدة ومن ثم نتحصل على نموذج لهذه الهندسة داخل أو خارج دائرة الوحدة.
أترك هذا السؤال ونظيره في فضاءات أخرى ذات أبعاد اضافية مفتوحا ولعلنا نفرده ببحث خاص ان شاء الله.

2.2.8 تعريف ثان للقبلة: حلّ اقليدي

اذا ما أردنا استخدام الهندسة الإقليدية بالضرورة وعلى كل حال فإن أي هندسة للكون ينبغي أن تكون قريبة جدا من الهندسة الإقليدية اذا ما كنا قريبين من الأرض، المشكل يُطرح فقط في حالة ما إذا ابتعدنا عن الأرض بمسافات معتبرة.

لو كان شخص ما في مكان A، نرمز ب L للخط المستقيم الذي يمر ب A ويكون موازيا للشخص (نعني المستقيم الذي يحوي الشخص). من ضمن كل أنصاف المستويات التي يكون حدّها الخط المستقيم L هناك واحد منها فقط يمرّ بالكعبة ولنسميه P (طبعا هذا إذا ما كانت الكعبة ليست موجودة على هذا الخط، حينها تكون كل الإتجاهات قبلة مقبولة كما أشرنا سابقا).
نُعرّف اتجاه الكعبة بأن يكون هو المتجه الذي هو تقاطع نصف المستوي P والمستوي المعرف ب سجادة هذا الشخص (نعني المستوي الذي يمر بأرجله ويكون هو عموديا عليه).
إنه أمر هيّن أن يتأكد القارئ أن هذا التعريف يتطابق مع تعريف القبلة من على سطح الأرض لأن هذه الأنصاف من المستويات تقاطع الأرض في دوائر عظمى .
وأيضا هذا التعريف قريب من التعريف الماضي لأنه في الحالات الطبيعية لن نتصور أن أقصر المسارات إلى الكعبة سيكون خارج نصف المستوي الذي يمر بالكعبة كما في التعريف. مشكلة هذا التعريف هو أنه لا يعمم بسهولة وبطريقة طبيعية إلى فضاءات أخرى ...

3.2.8 قانون تحديد أوقات الصلاة

نشير إشارة سريعة إلى مسألة رياضية ذات صلة بمسألتنا هنا ألا وهي تحديد زمن أوقات الصلاة الخمسة المفروضة بدلالة خطوط الطول و العرض... لقد درس المسلمون القدامى هذا الموضوع هندسيا باستخدام الكرة الكونية Celestial sphere بدل الكرة الأرضية كما كان الأمر في حالة اتجاه القبلة، و توصّلوا إلى قوانين وألّفوا أزياجا في ذلك ... لعلّنا نكتب في ذلك في المستقبل ان شاء الله.
وهذا موضوع في رأيي في غاية الأهمية ويتطلّب اجتهادا ... فالسؤال المطروح هو كيف نعمم تعريف أوقات الصلوات من مكة ليشمل كل الأرض و حتى الفضاء... فحاليا في أماكن قريبة من القطب الشمالي أو الجنوبي حيث الشمس لا تشرق أو لا تغرب إلا بعد انقضاء فترات طويلة جدا من الزمن كيف يمكن أن نعرّف أوقات الصلاة.
كذلك الأمر بالنسبة لرواد المركبة الفضائية العالمية (ISS) والتي تحوم حول الأرض على ارتفاع يقارب 400 كلم وبسرعة كبيرة متوسطها 27700 كلم في الساعة فهي تدور أكثر من 15 دورة حول الأرض في اليوم وهذا يعني أن في هذه المركبة النهار

طوله 45 دقيقة والليل أيضا 45 دقيقة!!!
فالسؤال اذا مُبرّر و عملي كيف نعمّم توقيت الصلوات من مكة و الأرض إلى أي مكان في الفضاء.

9 الفضول العلمي: هل هو سلوك ممدوح أم مذموم؟

قد يطرح البعض مثل هذا السؤال: قد عرفنا قانون اتجاه القبلة على الأرض فلماذا البحث عن قوانين مشابهة في عوالم افتراضية؟ وما هو تطبيق القوانين الجديدة في الواقع؟
كثيرا ما نُسأل أمثال هذه الأسئلة عندما نشرح لغير المختصين بعض أبحاثنا... أعترف أن هذا النوع من الأسئلة صعب والإجابة عليه ليست سهلة تماما... ولكن أحاول في السطور القادمة الإجابة على هذا السؤال بالمثالين التاليين:
من المعلوم أن البحث في كون المُسلّمة الخامسة لأقليدس حول الهندسة الإقليدية (مسلمة التوازي) هل هي ناتجة عن المسلمات الأربعة الأولى لأقليدس أم لا، أخذت من علماء الرياضيات في السابق أكثر من 10 قرون حتى توصّلوا في النهاية أن ذلك غير ممكن.
من بين العلماء الذين شاركوا بقوّة في هذا البحث أذكر إبن الهيثم، عمر الخيام و الطوسي. (للعلم فإن أن الرباعي الشهير باسم ساتشيري ما هو إلا رباعي الطوسي في الحقيقة).
فللوهلة الأولى ممكن أن نقول أن هذا جدال عقيم ولا فائدة من وراءه... ولكن الحقيقة مختلفة تماما فهذا الجدل و البحث كان وراء اكتشاف الهندسات الغير إقليدية والتي كانت أساس نظرية كبيرة و التي هي نظرية النسبية العامة لإنشتاين. فهذه النظرية تزعم أن عالمنا الذي نعيش فيه مع بعد الزمن (الزمكان) هو فضاء غير اقليدي.
ولكن صاحبنا سيواصل و يقول وما الفائدة من هذه النظرية التي تقول عنها أنها كبيرة؟ نقول إذا هذا مثال ثان على أهمية الأبحاث في العلوم البحتة. ففي زمن اينشتاين لم تكن هناك تطبيقات مباشرة لنظريته ولكن في أيامنا هذه نظام التموضع العالمي GPS الذي أشرنا إليه سابقا في هذه الورقات يعتمد على هذه النظرية(فهو مشكل من 24 قمر صناعي يحومون كلهم حول الأرض و يرسلون المعلومات إلى الأرض، فتصور كيف يمكن استخلاص معلومة من جملة من معلومات حول نفس الموضوع وفي نفس الزمن لولا النسبية الخاصة والعامة).
ولهذا كله كان قد أشار أحد الحائزين على جائزة نوبل في الطب إلى هذه المعاني بقوله: "لا علوم تطبيقية بدون علوم أساسية".
إن البحث عموما كشجرة لها عدة فروع وثمرات وفواكه. لا تستطيع أن تقول أن هذا

العنصر من الشجرة غير مهم وتقطعه ... لا دع الشجرة الطيبة تنموا و ستؤتي أكلها يوما ما بإذن ربّها.
كنت قد عبّرت عن هذه المفاهيم في أحد أبحاثي عندما كنت أريد أن أقدّم لفصل حول بعض المسائل المستقبلية المتعلقة بذاك البحث، فقلت بلغة فولتير (أعتذر للقارئ الذي لا يتقن الفرنسية):

Comme dans tout travail de recherche mathématiques, le point de départ est un problème soulevé au bout duquel se ramifient d'autres questions naturelles. L'arbre porte un rêve au bout de chaque branche et le chercheur avance au gré des rameaux. Si l'on ignore le lieu et le temps où on atteindra le fruit, on a au moins la certitude de notre apport en oxygène à l'arbre ramifié de la recherche et aussi d'en être un élément.

فانظر رحمك الله و تأمّل كيف أنّ أبحاث المسلمين في الهندسة الكروية على سبيل المثال لا الحصر كم كانت طيّبة وكيف آتت ولا تزال تؤتي أكلها كلّ حين فوق سطح الأرض وعلى البحر وحتى في الفضاءات البعيدة، فتطبيقات الهندسة الكروية معلومة في الملاحة الجوية والبحرية وغيرها كثير...
بعد هذه التوضيحات أعترف أن هناك فعلا أبحاث في القديم و الحديث عقيمة ولا تمتّ لهاته الشجرة بشيء بل هي كالأعشاب والحشائش التي تنمو قرب الشجرة ولكنها مضرة لها. البعض يُسمي هذا النوع من الأبحاث بالأبحاث الهامشية لأنها تنمو على هامش العلوم وأقلّ ما يقال فيها أنها ليست نافعة. حتى أن بعض المختصين يحمل الأزمة العالمية الحالية لبعض الباحثين الرياضيين الهامشيين.
و في الأخير حتى أجيب بجملة واحدة عن سؤال هذا الفصل فإنه بشكل عام أعتبر أن الفضولية في العلوم سلوك مطلوب وينبغي أن يشجع عند الطلبة و الباحثين لأنه ببساطة يؤدي إلى الإبداع وكما يقول مثل انكليزي: Curiosity leads to creativity، يعني أنّ الفضولية تؤدي إلى الإبداع.

المراجع

[1] S. Kamal Abdali, The Correct Qibla.
الرسالة متوفرة على الموقع التالي
http://geomete.com/abdali/papers/qibla.pdf

[2] Glen R. Van Brummelen, The numerical structure of Al-Khalili's auxiliary tables, Simon Fraser University .(1988)
الرسالة متوفرة على الموقع التالي
http://ir.lib.sfu.ca/bitstream/1892/9102/1/b15004946.pdf

[3] Donald R Hill, Islamic Science and Engineering, Edinburgh University Press .1983
هذا الكتاب مترجم للعربية بعنوان "العلوم و الهندسة في الحضارة الإسلامية، ترجمة أحمد فؤاد باشا (عالم المعرفة برقم 305 يوليو 2004).

[4] Sharul Nizam Ishak and Jamaludin M Ali, Determination of Qibla direction using modern approach, Seminar Kebangsaan Matematik and Masyarakat .2008
الرسالة متوفرة على الموقع التالي
http://www.scribd.com/doc/3016974/SKMM-08-QIBLA

[5] David A. King, Al-Khalili's auxiliary tables for solving problems of spherical astronomy, JHA iv ,(1973) .99-110

[6] Waldo Tobler, Qibla and Related Map Projections, Cartography and Geographic Information Science, 29 ,(2002) nr. ,1 .17-23
الرسالة متوفرة على الموقع التالي
http://www.geog.ucsb.edu/ tobler/publications/

[7] Denis Roegel, An Extension of Al-Khalili's Qibla Table to the Entire World, inria-00336090, version 1 - 3 Nov

.2008
الرسالة متوفرة على الموقع التالي
http://hal.archives-ouvertes.fr/docs/00/33/60/90/PDF/khalili-ext.pdf

المحتويات